

# Mikroekonomia A.11

Maciej Wilamowski

# Prosta arytmetyka finansowa

---

## ▶ Wartość w czasie

- ▶ Optymalne rozplanowanie dochodów / konsumpcji w czasie
- ▶ Wybór między konsumpcją teraz a w przyszłości

## ▶ Prosta arytmetyka finansowa

- ▶ Załóżmy, że są 2 okresy: 1 i 2
- ▶ Istnieje *stopa procentowa*  $r$  (na okres)
- ▶ 100 zł zostaje zaoszczędzone w okresie 1. Ile będzie do wykorzystania w okresie 2?
- ▶ Po 1 okresie:  $100 + r \cdot 100 = 100(1 + r)$ 
  - ▶ Np. dla  $r = 6\% = 0,06$  100 zł po 1 okresie da  $100(1 + 0,06) = 106$  zł
  - ▶ Wartość zaoszczędzonej kwoty w przyszłości to *wartość przyszła* (ang. *future value, FV*)

# Prosta arytmetyka finansowa

---

- ▶ Załóżmy, że w przyszłym okresie otrzymamy 100 zł
- ▶ Ile byłbyś maksymalnie gotowy zapłacić za taką możliwość?
  - ▶ Zapłacić 100 zł za to, żeby dostać 100 zł za rok to kiepski interes – bo zamiast płacić, można zaoszczędzić i po roku mieć 106 zł zamiast 100
  - ▶ Ile należałoby zaoszczędzić w pierwszym okresie, żeby w kolejnym mieć dokładnie 100 zł?
  - ▶  $m$  zaoszczędzone dzisiaj daje  $m(1 + r)$  w następnym okresie, więc:

$$m(1 + r) = 100 \quad \Rightarrow \quad m = \frac{100}{1 + r}$$

- ▶ *Wartość obecna* – dzisiejsza wartość kwoty, którą można dostać dopiero w przyszłości (ang. *present value*, *PV*)
- ▶ Np. dla  $r = 0,06$  100 zł po 1 okresie jest dziś warte tylko

$$PV = \frac{100}{1 + 0,06} = 94,34 \text{ zł}$$



# Wybór międzyokresowy

---

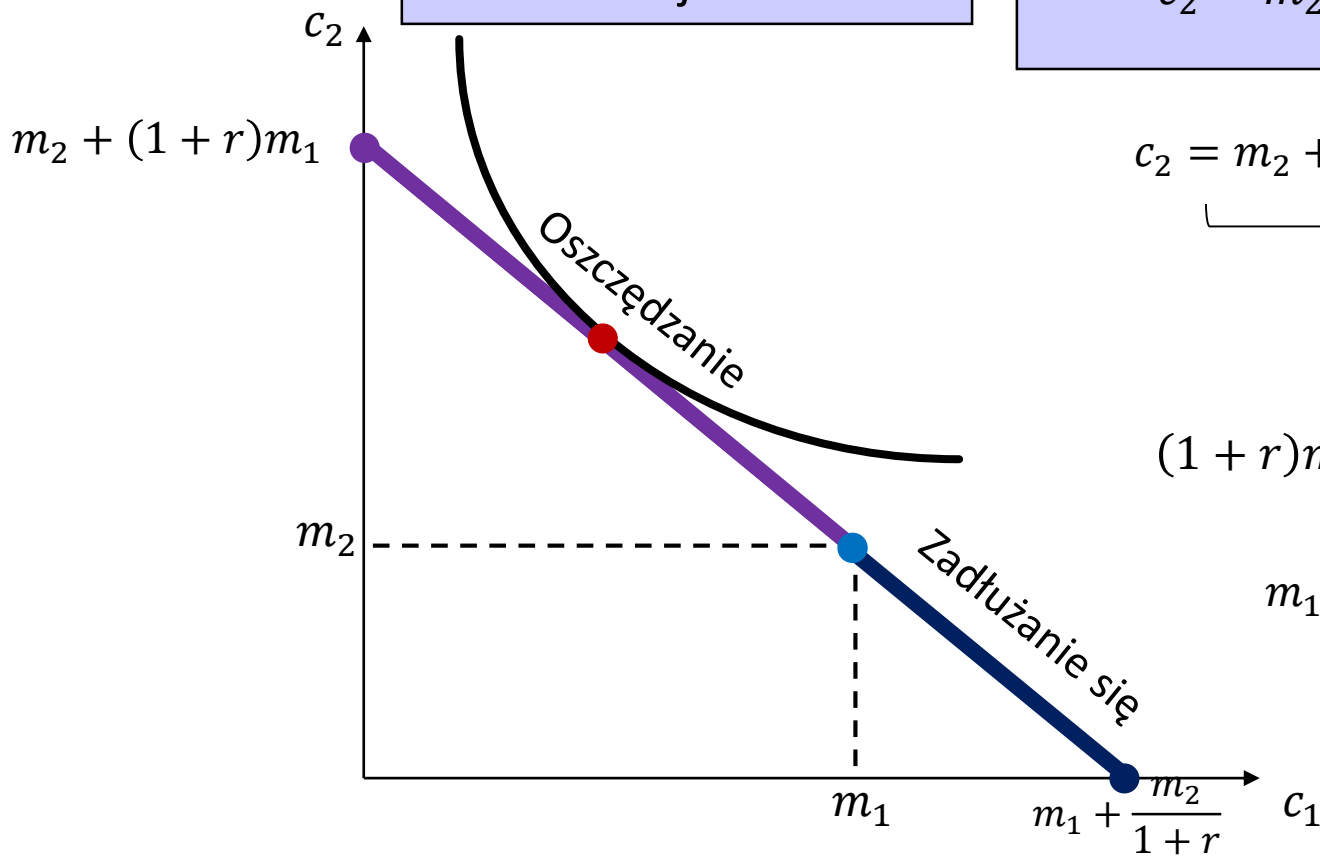
- ▶ Konsument żyje w 2 okresach osiągając dochody  $m_1$  i  $m_2$  a konsumując  $c_1$  i  $c_2$  w każdym
  - ▶ Stopa procentowa wynosi  $r$  (można pożyczać i się zadłużać po tej samej stopie procentowej)
  - ▶ W jaki sposób optymalnie rozłożyć konsumpcję pomiędzy dwa okresy (jak wybrać  $c_1$  i  $c_2$ )?
  - ▶ Aby odpowiedzieć trzeba znać:
    - ▶ Międzyokresowe ograniczenie budżetowe
    - ▶ Międzyokresowe preferencje
  - ▶ Jeśli konsument nie pożycza – konsumuje swój zasób początkowy, czyli  $c_1 = m_1$  i  $c_2 = m_2$



# Wybór międzyokresowy

$r \uparrow \Rightarrow$  ograniczenie bardziej strome

Ograniczenie budżetowe:  
 $c_2 = m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1)$



$$c_2 = m_2 + \underbrace{(1+r)m_1}_{\text{Stała}} - \underbrace{(1+r)c_1}_{\text{Nachylenie}}$$

$$(1+r)m_1 + m_2 = (1+r)c_1 + c_2$$

$$m_1 + \frac{m_2}{(1+r)} = c_1 + \frac{c_2}{(1+r)}$$



# Wybór międzyokresowy

---

- ▶ Nie dopuszczamy zmiany poziomów cen pomiędzy 2 okresami:

- ▶ Ograniczenie budżetowe (wartość przyszła - FV):

$$(1 + r)c_1 + c_2 = (1 + r)m_1 + m_2$$

- ▶ Ograniczenie budżetowe (wartość obecna - PV):

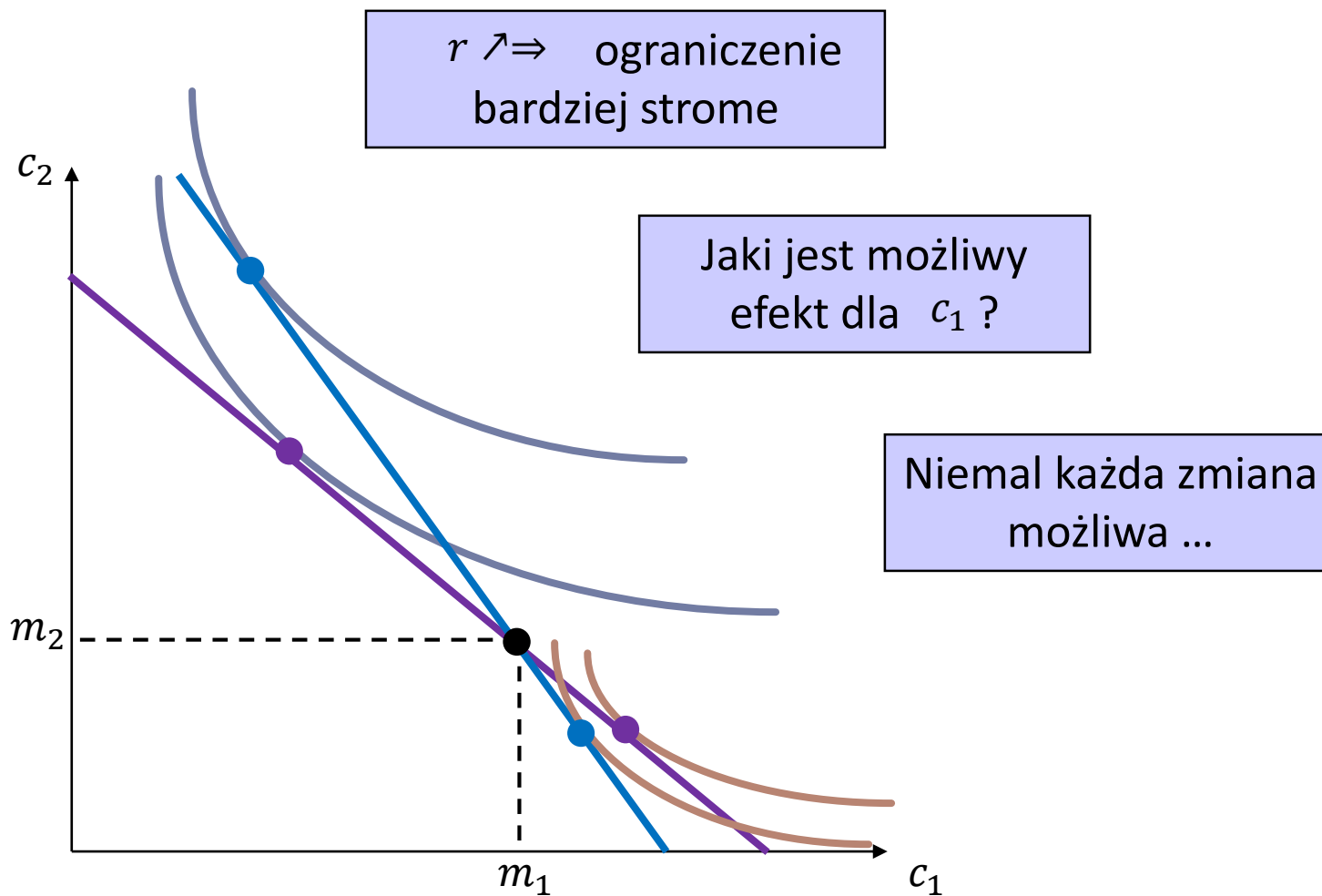
$$c_1 + \frac{c_2}{1 + r} = m_1 + \frac{m_2}{1 + r}$$

- ▶ Konsumpcja w okresie 2:

$$c_2 = m_2 + (1 + r)m_1 - (1 + r)c_1$$



# Równanie Słuckiego dla wyboru międzyokresowego



## Równanie Słuckiego dla wyboru międzyokresowego

---

- ▶ Przy zmianie ‘ceny’ kredytu (stopy procentowej) zmienia się optymalna konsumpcja
- ▶ Równanie Słuckiego w wersji zasobowej:

$$\Delta c_1 = \Delta c_1^S + \Delta c_1^M + \Delta c_1^Z$$

$$\frac{\partial c_1}{\partial p_1} = \frac{\partial c_1^S}{\partial p_1} + (m_1 - c_1) \frac{\partial c_1^M}{\partial m}$$





# Równanie Słuckiego dla wyboru międzyokresowego

---

$$\frac{\partial c_1}{\partial p_1} = \frac{\partial c_1^S}{\partial p_1} + (m_1 - c_1) \frac{\partial c_1^M}{\partial m}$$

$$\begin{array}{cccc} - & (+) & - & - \\ ? & (-) & - & + \\ & & + & + \\ & & & (-) \end{array}$$

- ▶  $r \nearrow$  to bieżąca konsumpcja staje się relatywnie droższa niż przyszła, czyli tak jakby  $p_1 \nearrow$

- ▶ Wtedy:

- ▶  $\frac{\partial c_1^S}{\partial p_1} < 0$  (zawsze)

- ▶  $\frac{\partial c_1^M}{\partial m} > 0$  (jeśli  $c_1$  – dobro normalne)

- ▶  $m_1 - c_1 < 0$  (jeśli konsument pożycza –  $c_1 \searrow$ )

- ▶  $m_1 - c_1 > 0$  (jeśli konsument oszczędza –  $c_1 ?$ )

# Wybór międzyokresowy – dochód w gotówce

---

- ▶ Dochód jest **w gotówce**.
- ▶ Dopuszczamy różny poziom cen pomiędzy 2 okresami:
  - ▶ Jeżeli w pierwszym okresie zarobię 100, a w drugim 0
  - ▶ Stopa procentowa wynosi  $r=5\%$
  - ▶ Obecnie cena pomarańczy wynosi 10
  - ▶ W następnym okresie pomarańcze będą droższe – ich cena będzie wynosić 15.
- ▶ Ile maksymalnie pomarańczy możemy kupić w drugim okresie?
  - ▶ Gotówka  $\rightarrow$  oprocentowanie  $\rightarrow$  zakup pomarańczy za gotówkę
  - ▶  $100 \rightarrow 105 \rightarrow 105/15 = 7$
- ▶ Jak zmieni się odpowiedź na to pytanie jeżeli w drugim okresie mój dochód wyniesie tyle samo co w pierwszym?



# Wybór międzyokresowy – dochód w gotówce

---

- ▶ Dochód jest **w gotówce**.
- ▶ Dopuszczamy różny poziom cen pomiędzy 2 okresami:

- ▶ Ograniczenie budżetowe (wartość przyszła - FV):

$$(1 + r)p_1c_1 + p_2c_2 = (1 + r)m_1 + m_2$$

- ▶ Ograniczenie budżetowe (wartość obecna - PV):

$$p_1c_1 + \frac{p_2c_2}{1 + r} = m_1 + \frac{m_2}{1 + r}$$

- ▶ Konsumpcja w okresie 2:

$$c_2 = \frac{m_2 + (1 + r)m_1}{p_2} - \frac{(1 + r)p_1c_1}{p_2}$$

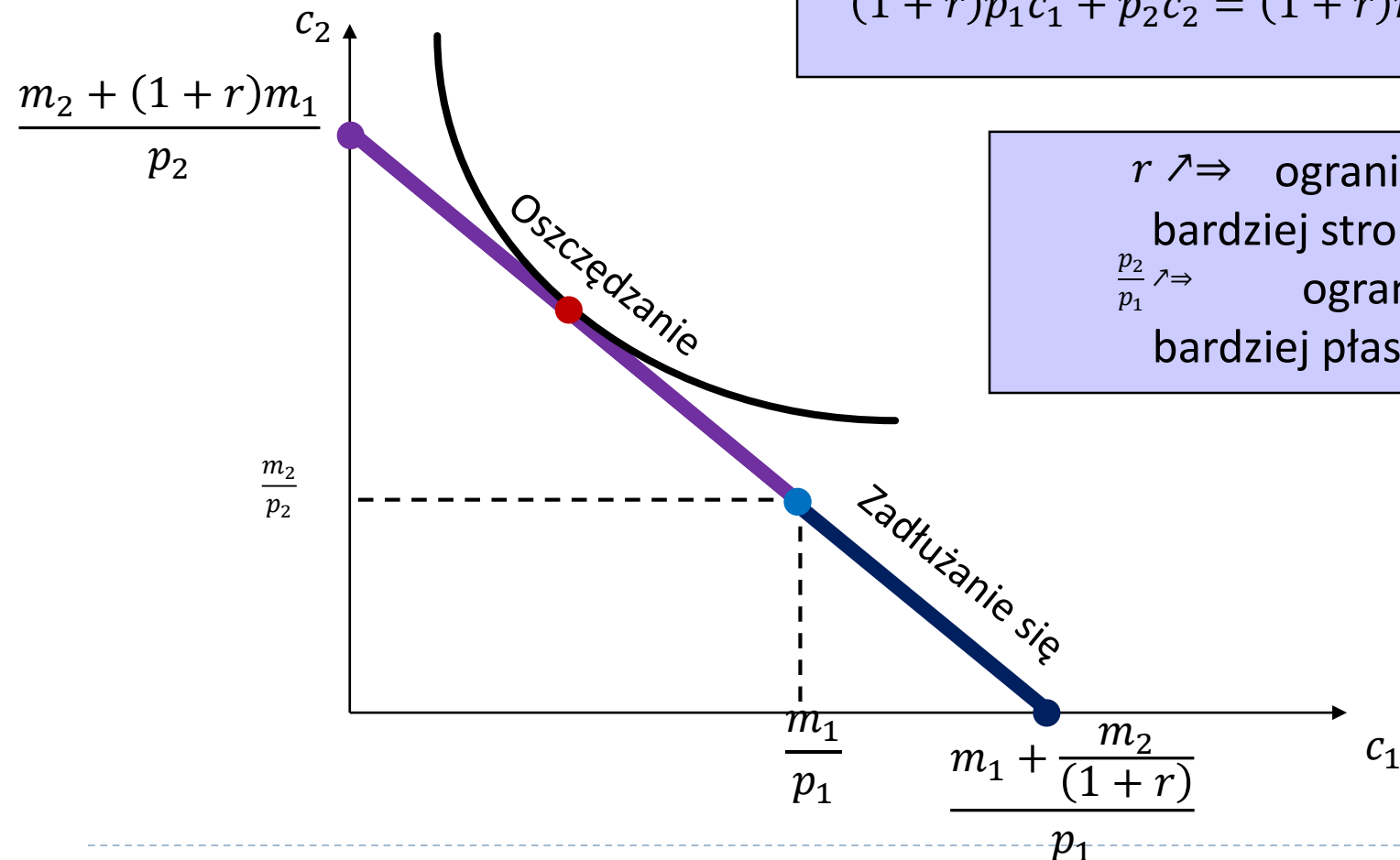
$$c_2 = \frac{m_2}{p_2} + \frac{(1 + r)(m_1 - p_1c_1)}{p_2}$$



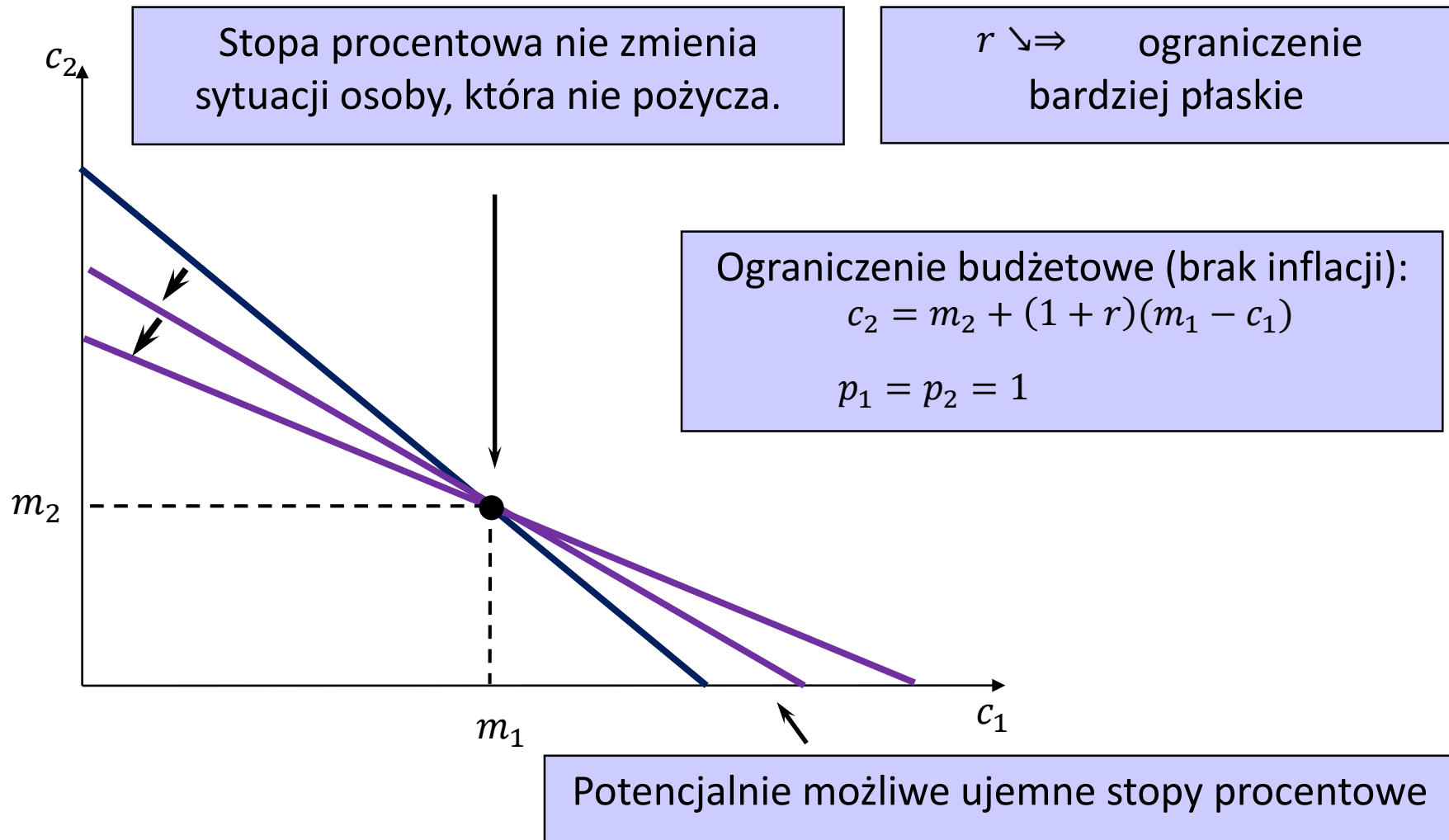
# Wybór międzyokresowy – dochód w gotówce

Ograniczenie budżetowe:  
$$(1+r)p_1c_1 + p_2c_2 = (1+r)m_1 + m_2$$

$r \nearrow \Rightarrow$  ograniczenie  
bardziej strome  
 $\frac{p_2}{p_1} \nearrow \Rightarrow$  ograniczenie  
bardziej płaskie



# Wybór międzyokresowy – dochód w gotowce



# Wybór międzyokresowy – dochód w gotówce

- ▶ Zdefiniujmy *inflację*:  $p_2 = (1 + \pi)p_1$
- ▶ I założmy, że początkowa cena  $p_1 = 1$
- ▶ Wtedy ograniczenie budżetowe z inflacją:

$$(1 + r)p_1c_1 + p_2c_2 = (1 + r)m_1 + m_2$$

$$(1 + r)c_1 + (1 + \pi)c_2 = (1 + r)m_1 + m_2$$

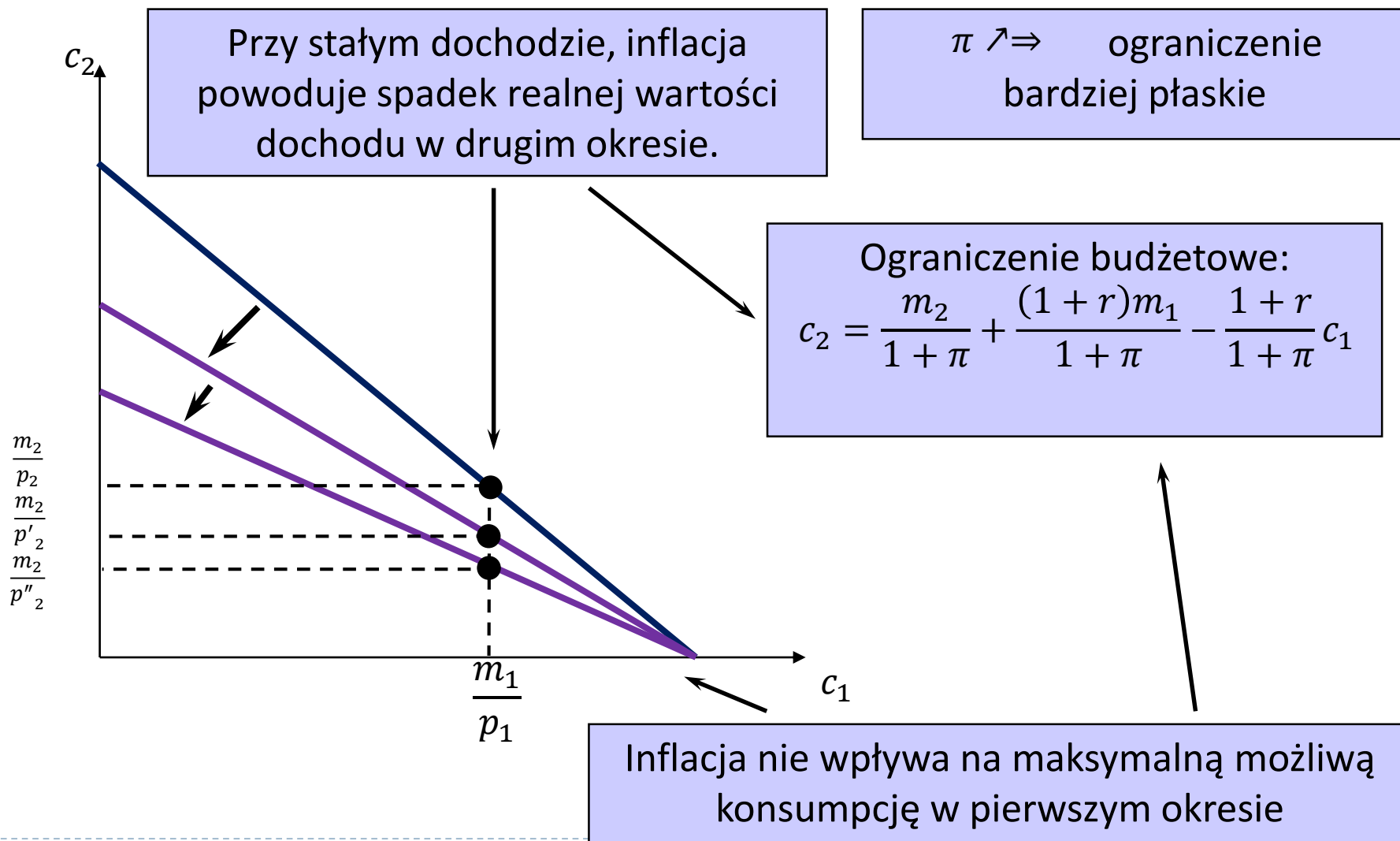
$$c_2 = \underbrace{\frac{(1 + r)m_1 + m_2}{1 + \pi}}_{\text{Stała}} - \underbrace{\frac{1 + r}{1 + \pi}}_{\text{Nachylenie}} c_1$$

Stała

Nachylenie

Realny współczynnik dyskontujący

# Wybór międzyokresowy – dochód w gotowce



# Wybór międzyokresowy – dochód w gotówce

---

- ▶ Dochód jest **w gotówce**.
- ▶ Możliwa **inna stopa procentowa dla pożyczkodawcy i pożyczkobiorcy**.
- ▶ Ograniczenie budżetowe pożyczkobiorcy:

$$c_1 = \frac{m_1}{p_1} + \frac{(m_2 - p_2 c_2)}{(1 + r_B)p_1} \quad m_2 - p_2 c_2 > 0$$

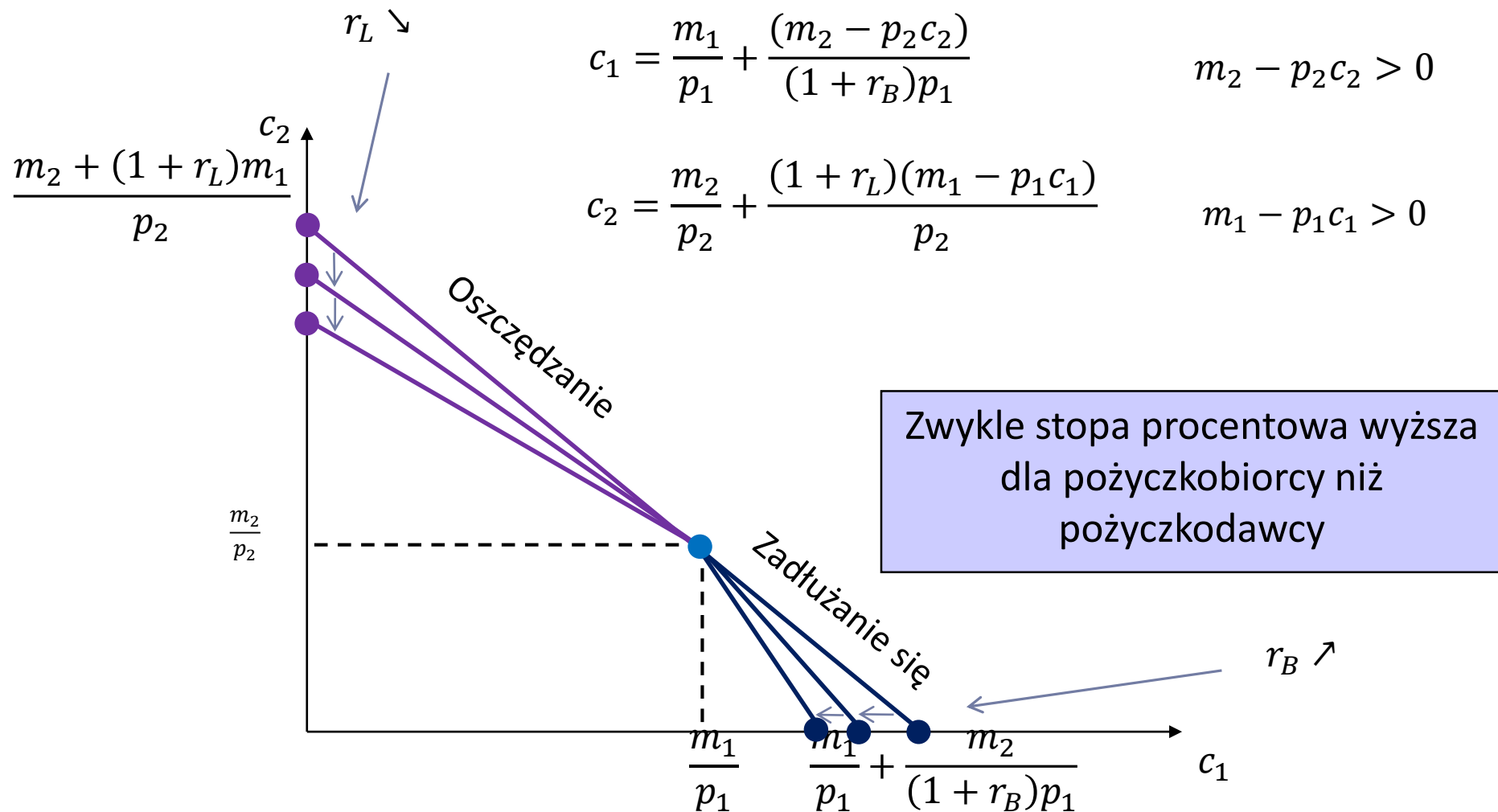
- ▶ Ograniczenie budżetowe pożyczkodawcy:

$$c_2 = \frac{m_2}{p_2} + \frac{(1 + r_L)(m_1 - p_1 c_1)}{p_2} \quad m_1 - p_1 c_1 > 0$$





# Wybór międzyokresowy – dochód w gotówce



# Wybór międzyokresowy w praktyce

---

- ▶ W większości przypadków mamy do czynienia z preferencją konsumpcji bieżącej.
  - ▶ Czekanie jest kosztowne, dlatego preferujemy konsumować teraz niż później.
  - ▶ W przypadku firm nie ma preferencji konsumpcji bieżącej, ale możliwość wyższej stopy zwrotu z inwestycji własnej w porównaniu z kosztem kredytu.
  - ▶ Jednocześnie większość konsumentów spodziewa się wzrostu dochodów w przyszłości.
- ▶ W rezultacie typowy konsument jest pożyczkobiorcą:
  - ▶ Kredyty hipoteczne, kredyty konsumenckie, chwilówki



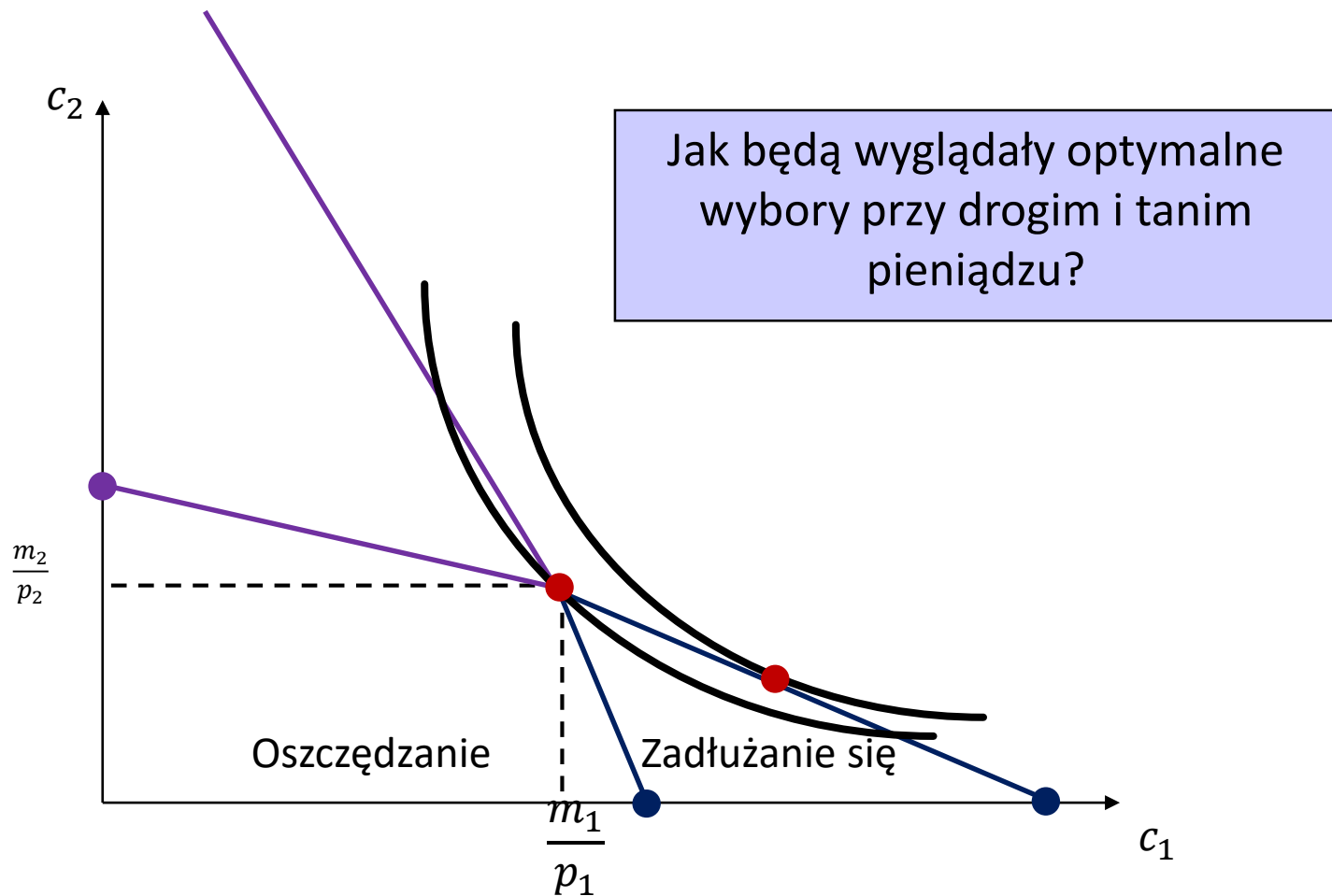
# Wybór międzyokresowy w praktyce

---

- ▶ Analiza międzyokresowa dobrze pokazuje wpływ ceny pieniądza na wybory konsumentów.
  - ▶ Szczególnie widoczne przy bardzo drogim oraz bardzo tanim (ujemne oprocentowanie) pieniądzu.



# Wybór międzyokresowy w praktyce



# Wybór międzyokresowy – dochód zasobowy

---

- ▶ Dochód jest **w zasobie**.
- ▶ Dopuszczamy różny poziom cen pomiędzy 2 okresami:
  - ▶ Jeżeli w pierwszym okresie wydobęde tyle węgla, że będę mógł sobie za to kupić 10 pomarańczy, a w drugim okresie nie będę wydobywał węgla
  - ▶ Stopa procentowa wynosi  $r=5\%$
  - ▶ Obecnie cena pomarańczy wynosi 10
  - ▶ W następnym okresie wszystkie ceny wzrosną o 50%
- ▶ Ile maksymalnie pomarańczy możemy kupić w drugim okresie?
  - ▶ Węgiel  $\rightarrow$  Gotówka  $\rightarrow$  oprocentowanie  $\rightarrow$  pomarańcze za gotówkę
  - ▶ Węgiel  $\rightarrow 100 \rightarrow 105 \rightarrow 105/15 = 7$
- ▶ Jak zmieni się odpowiedź na to pytanie, jeżeli w drugim okresie wydobywałbym tyle samo węgla co w pierwszym?



# Wybór międzyokresowy – dochód zasobowy

---

- ▶ Dochód jest **w zasobie**.
- ▶ **Pomiędzy okresami możemy przenosić wyłącznie gotówkę.**
- ▶ Dopuszczamy różny poziom cen pomiędzy 2 okresami:

- ▶ Ograniczenie budżetowe (wartość przyszła - FV):

$$(1 + r)p_1c_1 + p_2c_2 = (1 + r)p_1m_1 + p_2m_2$$

- ▶ Ograniczenie budżetowe (wartość obecna - PV):

$$p_1c_1 + \frac{p_2c_2}{1 + r} = p_1m_1 + \frac{p_2m_2}{1 + r}$$

- ▶ Konsumpcja w okresie 2:

$$c_2 = \frac{(1 + r)(p_1m_1 - p_1c_1)}{p_2} + m_2$$



# Wybór międzyokresowy – dochód zasobowy

- ▶ Zdefiniujmy *inflację*:  $p_2 = (1 + \pi)p_1$
- ▶ I założmy, że początkowa cena  $p_1 = 1$
- ▶ Wtedy ograniczenie budżetowe z inflacją:

$$(1 + r)p_1c_1 + p_2c_2 = (1 + r)p_1m_1 + p_2m_2$$

$$(1 + r)c_1 + (1 + \pi)c_2 = (1 + r)m_1 + (1 + \pi)m_2$$

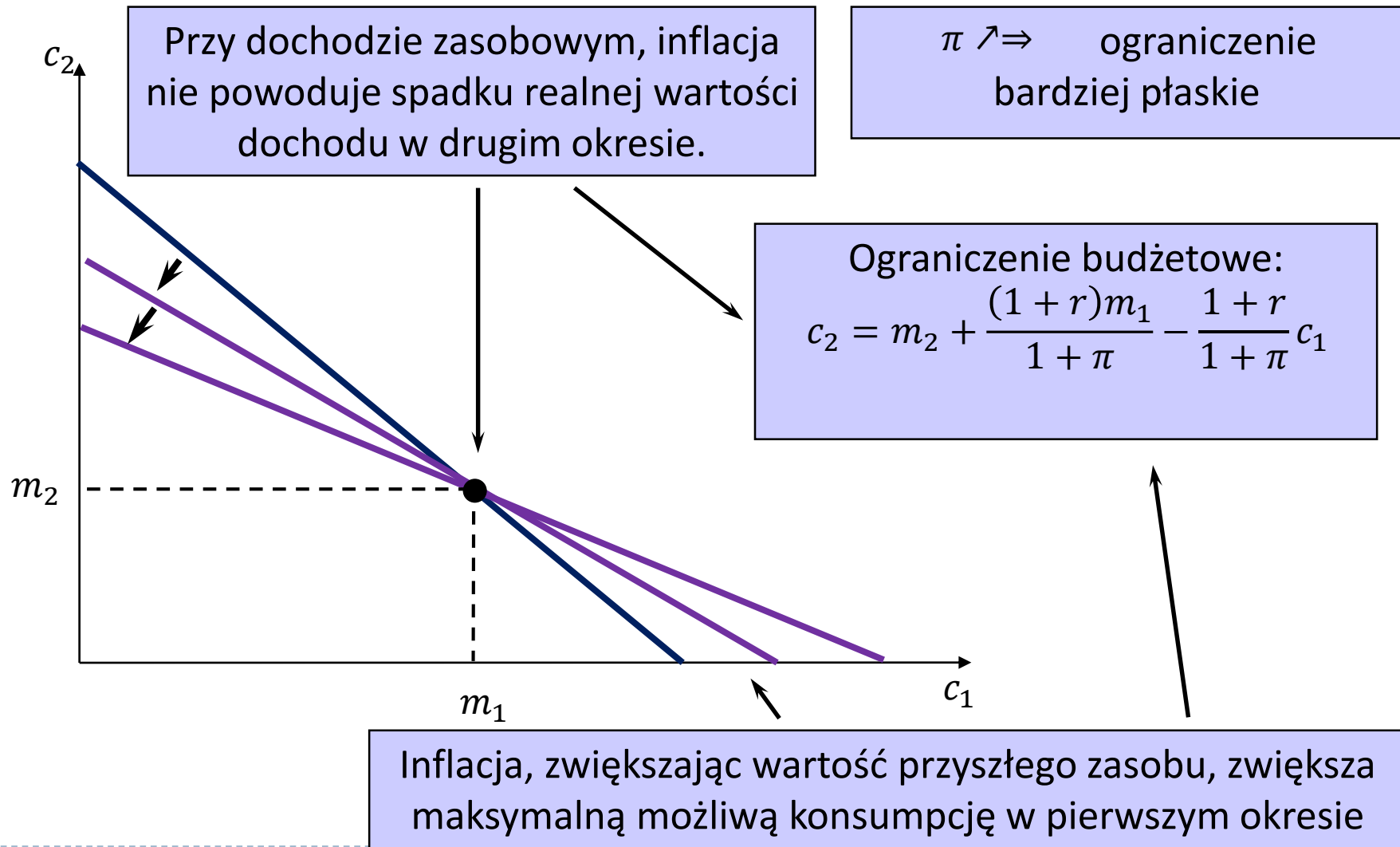
$$c_2 = \underbrace{\frac{(1 + r)}{1 + \pi}m_1 + m_2}_{\text{Stała}} + \underbrace{\frac{1 + r}{1 + \pi}c_1}_{\text{Nachylenie}}$$

Stała

Nachylenie

Realny współczynnik dyskontujący

# Wybór międzyokresowy – dochód w zasobowy





# Wybór międzyokresowy – dochód zasobowy II

---

- ▶ Dochód w zasobie, **ale NIE w jednostkach konsumowanych!**
  - ▶ Konsument wytwórca np. rolnik, pszczelarz, hodowca, etc.
- ▶ **Pomiędzy okresami możemy przenosić wyłącznie gotówkę.**
- ▶ Wartość zasobu może zmieniać się **inaczej niż ceny konsumowanych dóbr.**
- ▶ Dopuszczamy różny poziom cen pomiędzy 2 okresami oraz inne ceny zasobu niż konsumpcji:

- ▶ Ograniczenie budżetowe (wartość przyszła - FV):

$$(1 + r)p_1c_1 + p_2c_2 = (1 + r)p_{z1}m_1 + p_{z2}m_2$$

- ▶ Ograniczenie budżetowe (wartość obecna - PV):

$$p_1c_1 + \frac{p_2c_2}{1 + r} = p_{z1}m_1 + \frac{p_{z2}m_2}{1 + r}$$

- ▶ Konsumpcja w okresie 2: 
$$c_2 = \frac{(1 + r)(p_{z1}m_1 - p_1c_1) + p_{z2}m_2}{p_2}$$



# Wybór międzyokresowy – dochód zasobowy II

- ▶ Zdefiniujmy *inflację*:  $p_2 = (1 + \pi)p_1$
- ▶ I załóżmy, że początkowa cena  $p_1 = 1$
- ▶ Wtedy ograniczenie budżetowe z inflacją:

$$(1 + r)p_1c_1 + p_2c_2 = (1 + r)p_{Z1}m_1 + p_{Z2}m_2$$

$$(1 + r)c_1 + (1 + \pi)c_2 = (1 + r)p_{Z1}m_1 + p_{Z2}m_2$$

$$c_2 = \frac{(1 + r)p_{Z1}m_1 + p_{Z2}m_2}{1 + \pi} - \frac{1 + r}{1 + \pi}c_1$$

Stać

Stać

Nachylenie

Nachylenie

Realny współczynnik dyskontujący

# Realna stopa procentowa

► *Realna stopa procentowa*  $\rho$  wyznaczana jest przez  $1 + \rho = \frac{1 + r}{1 + \pi}$

► Stąd:  $\rho = \frac{1 + r}{1 + \pi} - 1 = \frac{1 + r - 1 - \pi}{1 + \pi} = \frac{r - \pi}{1 + \pi}$

► Dla  $\pi$  bliskiego 0  $\rho \approx r - \pi$

$r$	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30
$\pi$	0,0	0,05	0,10	0,20	1,00
$r - \pi$	0,30	0,25	0,20	0,10	-0,70
$\rho$	0,30	0,24	0,18	0,08	-0,35

# Praca samodzielna

---

- ▶ Literatura
  - ▶ V: 11 – Rynki aktywów

