

MIKROEKONOMIA II 19/20 – Kartkówka 1&2 – rozwiązania

KARTKÓWKA 1, wersja 1

Dana jest funkcja produkcji $f(K, L) = aK + b \ln L + KL$

- a) Oblicz krańcową stopę technicznej substytucji pracy (L) kapitałem (K)
- b) Zakładając, że $L = 2$ i $K = 2$ podaj interpretację wartości z punktu a

Odpowiedź w dla punktu a liczymy bezpośrednio z definicji:

$$MRTS_{LK} = -\frac{MP_L}{MP_K} = -\frac{\frac{b}{L} + K}{a + L} = -\frac{b + LK}{L(a + L)}$$

Aby odpowiedzieć na pytanie z podpunktu b należy wpierw podstawić odpowiednie wartości do powyższego wzoru:

$$MRTS_{LK}(K = 2, L = 2) = -\frac{b + 4}{2a + 4}$$

Oznacza to, że (w przybliżeniu) możemy zastąpić jedną jednostkę pracy $\frac{b+4}{2a+4}$ jednostkami kapitału i dalej produkować tyle samo.

KARTKÓWKA 1, wersja 2

Dana jest funkcja produkcji $f(K, L) = K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}} + a \ln L$

- a) Oblicz krańcową stopę technicznej substytucji kapitału (K) pracą (L)
- b) Zakładając, że $L = 1$ i $K = 3$ podaj interpretację wartości z punktu a

Odpowiedź w dla punktu a liczymy bezpośrednio z definicji:

$$MRTS_{KL} = -\frac{MP_K}{MP_L} = -\frac{\frac{1}{2}K^{-\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}K^{\frac{1}{2}}L^{-\frac{1}{2}} + \frac{a}{L}} = -\frac{K^{-\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}}{K^{\frac{1}{2}}L^{-\frac{1}{2}} + \frac{2a}{L}} = -\frac{L}{K + 2aK^{\frac{1}{2}}L^{-\frac{1}{2}}}$$

Aby odpowiedzieć na pytanie z podpunktu b należy wpierw podstawić odpowiednie wartości do powyższego wzoru:

$$MRTS_{KL}(K = 3, L = 1) = -\frac{1}{3 + 2a\sqrt{3}}$$

Oznacza to, że (w przybliżeniu) możemy zastąpić jedną jednostkę kapitału $\frac{1}{3+2a\sqrt{3}}$ jednostkami pracy i dalej produkować tyle samo.

KARTKÓWKA 2, wersja 1

- a) Dana jest funkcja produkcji $q = AK^\alpha L^\beta$. Dla jakich wartości parametrów $A, \alpha, \beta > 0$ funkcja ta cechuje się rosnącymi/stałymi/malejącymi przychodami skali?

Zadana funkcja produkcji jest funkcją typu Cobba-Douglasa, dla której efekty skali zależą wyłącznie od sumy parametrów α i β (czyli w szczególności nie zależą od A):

- Dla $\alpha + \beta > 1$ funkcja cechuje się rosnącymi przychodami skali
- Dla $\alpha + \beta = 1$ funkcja cechuje się stałymi przychodami skali
- Dla $\alpha + \beta < 1$ funkcja cechuje się malejącymi przychodami skali

- b) Dana jest funkcja produkcji $q = 10K^{0.6}L^{0.4}$. O ile procent wzrośnie produkcja jeśli podniesiemy ilość obydwu czynników produkcji o 25%?

Zadana funkcja jest funkcją typu Cobba-Douglasa. Mamy $\alpha + \beta = 1$, czyli funkcja cechuje się stałymi przychodami skali. Oznacza to, że podniesienie ilości obydwu czynników o 25% skutkować będzie wzrostem produkcji również o 25%.

KARTKÓWKA 2, wersja 2

- c) Dana jest funkcja produkcji $q = AK^\alpha L^\beta$. Dla jakich wartości parametrów $A, \alpha, \beta > 0$ funkcja ta cechuje się rosnącymi/stałymi/malejącymi przychodami skali?

Zadana funkcja produkcji jest funkcją typu Cobba-Douglasa, dla której efekty skali zależą wyłącznie od sumy parametrów α i β (czyli w szczególności nie zależą od A):

- Dla $\alpha + \beta > 1$ funkcja cechuje się rosnącymi przychodami skali
- Dla $\alpha + \beta = 1$ funkcja cechuje się stałymi przychodami skali
- Dla $\alpha + \beta < 1$ funkcja cechuje się malejącymi przychodami skali

- d) Dana jest funkcja produkcji $q = 10K^{\frac{1}{4}}L^{\frac{3}{4}}$. O ile procent wzrośnie produkcja jeśli podniesiemy ilość obydwu czynników produkcji o 12%?

Zadana funkcja jest funkcją typu Cobba-Douglasa. Mamy $\alpha + \beta = 1$, czyli funkcja cechuje się stałymi przychodami skali. Oznacza to, że podniesienie ilości obydwu czynników o 12% skutkować będzie wzrostem produkcji również o 12%.